

Métricas de Evaluación

IIC 3633 - Sistemas Recomendadores

Denis Parra

Profesor Asistente, DCC, PUC CHile

TOC

En esta clase

1. Prediccion de Ratings: MAE, MSE, RMSE
2. Evaluacion via Precision-Recall
3. Metricas $P@n$, MAP,
4. Metricas de Ranking: DCG, nDCG,
5. Metricas en Tarea 1

Con respecto al paper sobre CF de Resnick et al. (1994)

- Ver Video de "re-presentación" del paper por P. Resnick y John Riedl en CSCW 2013, conmemorando que ha sido el paper más citado de dicha conferencia:

[Video CF paper re-presented at CSCW2013](#)



Resumen + Próxima Semana

- **Ranking no personalizado:** Ordenar items considerando el porcentaje de valoraciones positivas y la cantidad total de valoraciones.
- **Filtrado Colaborativo:** Basado en Usuario y en Items. Parámetros principales (K, métrica de distancia), ajustes por baja cantidad de valoraciones.
- Slope One: Eficiencia y Escalabilidad por sobre la precisión
- Métricas de Evaluación
- Próxima Semana: Content-based filtering y práctico tarea

Evaluación Tradicional: Predicción de Ratings

MAE: Mean Absolute Error

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |\hat{r}_{ui} - r_{ui}|}{n}$$

MSE: Mean Squared Error

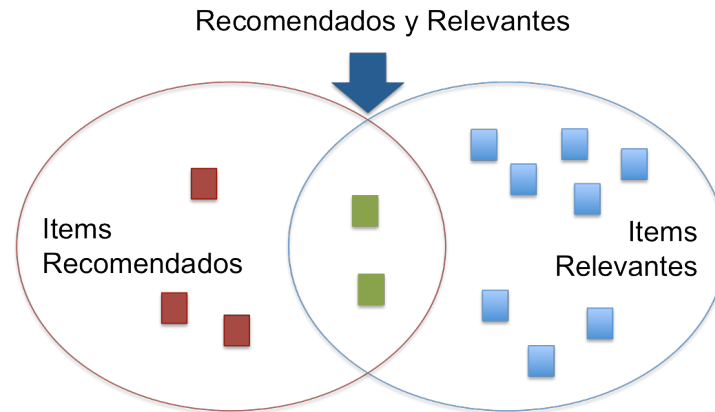
$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{r}_{ui} - r_{ui})^2}{n}$$

RMSE: Root Mean Squared Error

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{r}_{ui} - r_{ui})^2}{n}}$$

Evaluación de una Lista de Recomendaciones

Si consideramos los elementos recomendados como un conjunto S y los elementos relevantes como el conjunto R , tenemos:



Luego, Precision es:

$$Precision = \frac{|Recomendados \cap Relevantes|}{|Recomendados|}, y$$

$$Recall = \frac{|Recomendados \cap Relevantes|}{|Relevantes|}$$

Ejemplo 1: Precision y Recall

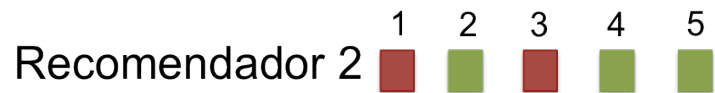
Si bien la lista de recomendaciones está rankeada, para estas métricas la lista se entiende más bien como un conjunto.

Total Relevantes  X 20



Precision =??

Recall =??



Precision =??

Recall =??

Ejemplo 1: Precision y Recall

Total Relevantes  X 20



$$Precision = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$Recall = \frac{5}{20} = 0,25$$

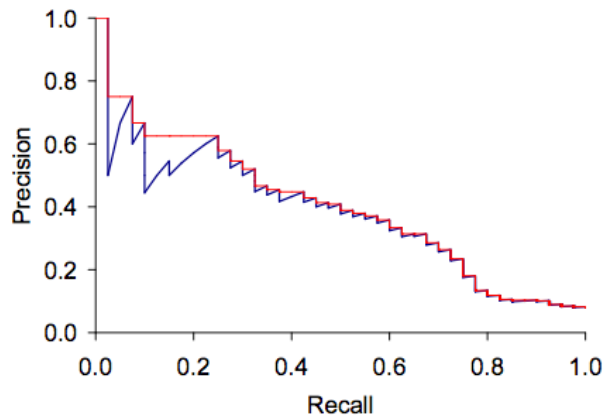


$$Precision = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$Recall = \frac{3}{20} = 0,15$$

Compromiso entre Precision y Recall

Al aumentar el Recall (la proporción de elementos relevantes) disminuimos la precision, por lo cual hay un compromiso entre ambas métricas.



► Figure 8.2 Precision/recall graph.

Por ello, generalmente reportamos la media armónica entre ambas métricas:

$$F_{\beta=1} = \frac{2 * Precision * Recall}{P + R}$$

- Ref: <http://nlp.stanford.edu/IR-book/pdf/08eval.pdf>

De evaluación de Conjuntos a Ranking

- Mean Reciprocal Rank (MRR)
- Precision@N
- MAP
- Rank score
- DCG
- nDCG

Mean Reciprocal Rank (MRR)

Consideramos la posición en la lista del primer elemento relevante.

$$MRR = \frac{1}{r}, \text{ donde } r: \text{ ranking del 1er elemento relevante}$$

Recomendador 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									

$$MRR_1 = ??$$

Recomendador 2

1	2	3	4	5
				

$$MRR_2 = ??$$

Problema: Usualmente tenemos más de un elemento relevante!!

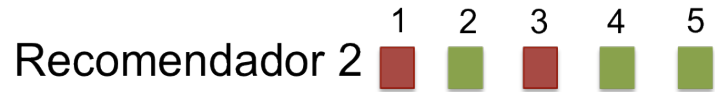
Mean Reciprocal Rank (MRR)

Consideramos la posición en la lista del primer elemento relevante.

$$MRR = \frac{1}{r}, \text{ donde } r: \text{ ranking del 1er elemento relevante}$$



$$MRR_1 = \frac{1}{2} = 0,5$$



$$MRR_2 = \frac{1}{2} = 0,5$$

Problema: Usualmente tenemos más de un elemento relevante!!

Precision at N (P@N)

Corresponde a la *precision* en puntos específicos de la lista de items recomendados. En otras palabras, dado un ranking específica en la lista de recomendaciones, qué proporción de elementos relevantes hay hasta ese punto

$$Precision@n = \frac{\sum_{i=1}^n Rel(i)}{n}, \text{ donde } Rel(i) = 1 \text{ si elemento es relevante}$$

Recomendador 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										

$Precision@5 = ??$

Recomendador 2

	1	2	3	4	5
					

$Precision@5 = ??$

Precision at N (P@N)

Corresponde a la *precision* en puntos específicos de la lista de items recomendados. En otras palabras, dado un ranking específica en la lista de recomendaciones, qué proporción de elementos relevantes hay hasta ese punto

$$Precision@n = \frac{\sum_{i=1}^n Rel(i)}{n}, \text{ donde } Rel(i) = 1 \text{ si elemento es relevante}$$

Recomendador 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

$$Precision@5 = \frac{2}{5} = 0,4$$

Recomendador 2

1	2	3	4	5
■	■	■	■	■

$$Precision@5 = \frac{3}{5} = 0,6$$

Pro: permite evaluar topN; Problema: aún no permite una evaluación orgánica del los items con $ranking < n$.

Mean Average Precision (MAP)

Average Precision (AP)

- El AP se calcula sobre una lista única de recomendaciones, al promediar la precision cada vez que encontramos un elemento relevante, es decir, en cada recall point.

$$AP = \frac{\sum_{k \in K} P@k \times rel(k)}{|relevantes|}$$

donde $P@k$ es la precision en el recall point k , $rel(k)$ es una función que indica 1 si el ítem en el ranking j es relevante (0 si no lo es), y K son posiciones de ranking con elementos relevantes.

MAP es la media de varias "Average Precision"

- Considerando n usuarios en nuestro dataset y que a cada uno de ellos le damos una lista de recomendaciones,

$$MAP = \frac{\sum_{u=1}^n AP(u)}{n}, \text{ donde } n \text{ es el numero de usuarios.}$$

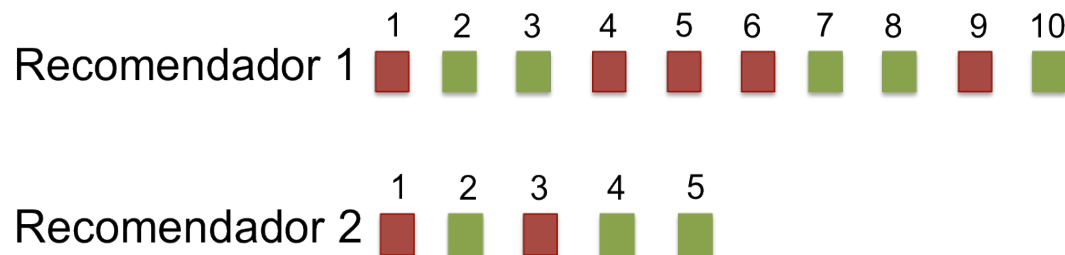
Mean Average Precision (MAP) - II

Como no siempre sabemos de antemano el número de relevantes o puede que hagamos una lista que no alcanza a encontrar todos los elementos relevantes, podemos usar una formulación alternativa** para **Average Precision (AP@n)**

$$AP@n = \frac{\sum_{k \in K} P@k \times rel(k)}{\min(m, n)}$$

donde n es el máximo número de recomendaciones que estoy entregando en la lista, y m es el número de elementos relevantes.

- Ejercicio: calcule $AP@n$ y luego $MAP@n$, con $n = 10$, y $m = 20$ de:



** <https://www.kaggle.com/wiki/MeanAveragePrecision>

Rankscore

- Rank Score se define como la tasa entre el Rank Score de los items correctos respecto al mejor Rank Score alcanzable por el usuario en teoría.

PARAMETROS	FORMULA
h es el conjunto de items correctamente recomendados, i.e. hits - rank retorna la posición (rank) de un item T es el conjunto de items de interés α es el ranking half life, i.e. un factor de reducción exponencial	$rankscore = \frac{rankscore_p}{rankscore_{\max}}$ $rankscore_p = \sum_{i \in h} 2^{\frac{rank(i)-1}{\alpha}}$ $rankscore_{\max} = \sum_{i=1}^{ T } 2^{\frac{i-1}{\alpha}}$

DCG y nDCG

- DCG: Discounted cumulative Gain

$$DCG = \sum_i^p \frac{2^{rel_i} - 1}{\log_2(1 + i)}$$

- nDCG: normalized Discounted cumulative Gain, para poder comparar listas de distinto largo

$$nDCG = \frac{DCG}{iDCG}$$

Ejercicio: Calcular nDCG para

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Recomendador 1										
	1	2	3	4	5					
Recomendador 2										

Coverage

- Como no a todos los usuarios se logran hacer recomendaciones, consideramos en la evaluación el **User Coverage**, el porcentaje de usuarios a los cuales se les pudo hacer recomendaciones.
- Como no a todos los items pueden ser recomendaciones, consideramos en la evaluación el **Item Coverage**, el porcentaje de items que fueron recomendados al menos una vez.

Métricas para Tarea 1

- $\text{Precision@10} = \text{Recall@10}$, (ya que estamos "forzando" recomendados = relevantes)
- MAP (en realidad, será MAP@10)
- nDCG

Ejemplo con R

- Paquete rrecsys

```
library(rrecsys)
```

```
data("mlLatest100k")
```

```
ML <- defineData(mlLatest100k, minimum = .5, maximum = 5, halfStar = TRUE)  
ML
```

```
## Dataset containing 718 users and 8927 items.
```

R library(rrecsys)

```
# rowRatings(ML) : number of ratings per row  
# colRatings(ML) : number of ratings per columns  
  
numRatings(ML)
```

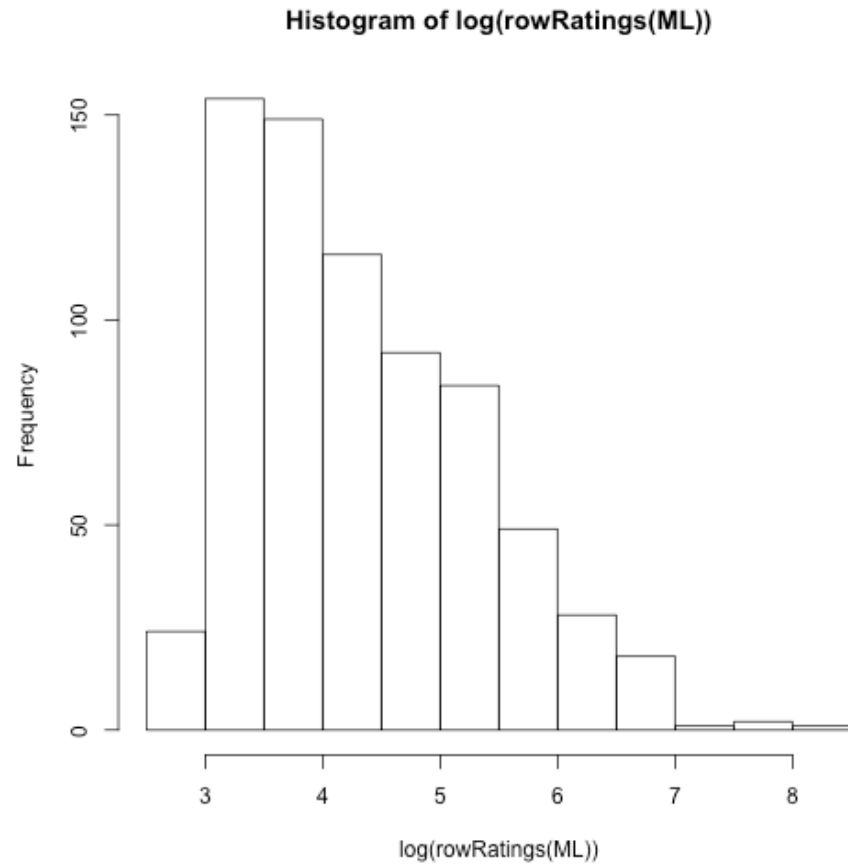
```
## [1] 100234
```

```
sparsity(ML)
```

```
## [1] 0.9843619
```

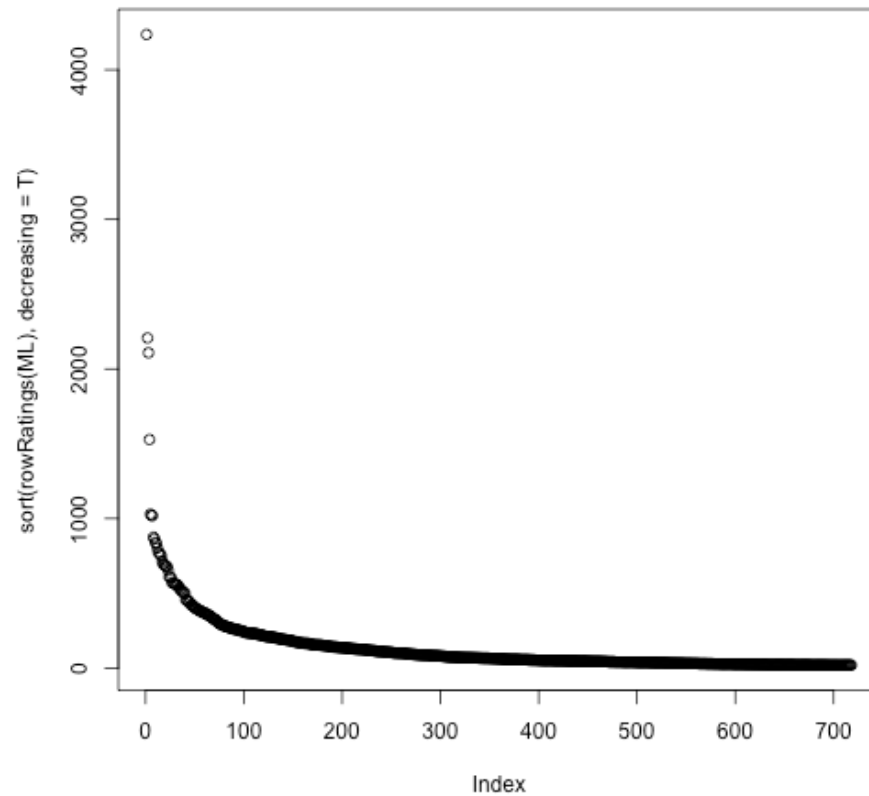
R library(rrecsys)

```
# Ratings por usuario  
hist( log(rowRatings(ML)) )
```



R library(rrecsys)

```
plot(sort(rowRatings(ML), decreasing = T))
```



Filtering dataset

```
subML <- ML[rowRatings(ML)>=40, colRatings(ML)>=30]  
sparsity(subML)
```

```
## [1] 0.8683475
```

Recomendación No personalizada

```
# RecSys no personalizado ----  
globAv <- rrecsys(subML, alg = "globalaverage")  
# predict and recommend for all  
p_globAv <- predict(globAv) # output: matriz de predicciones  
r_globAv <- recommend(globAv, topN = 2) # output: lista con recomendaciones
```

Evaluación de predicciones

```
e <- evalModel(subML, folds = 5)
evalPred(e, 'globalaverage')
```

```
##
## Fold: 1 / 5 elapsed. Time: 0.02280593
##
##
## Fold: 2 / 5 elapsed. Time: 0.02660012
##
##
## Fold: 3 / 5 elapsed. Time: 0.04744887
##
##
## Fold: 4 / 5 elapsed. Time: 0.02128005
##
##
## Fold: 5 / 5 elapsed. Time: 0.02667189
##
## The model was trained on the dataset using globalAverage algorithm.
```

```
##          MAE      RMSE globalMAE globalRMSE
## 1-fold  0.8208376 0.9768961 0.8020253  1.007941
## 2-fold  0.8190966 0.9703925 0.7953272  0.996439
## 3-fold  0.8306264 0.9869071 0.8050932  1.011743
## 4-fold  0.8394394 0.9964792 0.8064962  1.007534
## 5-fold  0.8366290 0.9930068 0.7991900  1.002777
## Average 0.8293258 0.9847363 0.8016264  1.005287
```

Evaluación de recomendación topN

```
evalRec(e, 'globalaverage', goodRating = 4, topN = 5)
```

```
## Evaluating top- 5 recommendation with globalAverage .
##
## Fold: 1 / 5 elapsed. Time: 0.155278
##
##
## Fold: 2 / 5 elapsed. Time: 0.09362984
##
##
## Fold: 3 / 5 elapsed. Time: 0.09240508
##
##
## Fold: 4 / 5 elapsed. Time: 0.0922451
##
##
## Fold: 5 / 5 elapsed. Time: 0.09173799
##
## The model was trained on the dataset using globalAverage algorithm.
## Item coverage: 1.527615 %.
##
## User coverage: 100 %.
```

```
##          TP      FP      TN      FN precision  recall
## 1-fold  0.1592742 4.840726 833.2903 12.70968 0.03185484 0.02470612
## 2-fold  0.1794355 4.820565 833.1310 12.86895 0.03588710 0.02141615
## 3-fold  0.1431452 4.856855 833.3750 12.62500 0.02862903 0.02932543
## 4-fold  0.1330645 4.866935 833.2177 12.78226 0.02661290 0.02966589
## 5-fold  0.1491935 4.850806 833.0827 12.91734 0.02983871 0.02188431
## Average 0.1528226 4.847177 833.2194 12.78065 0.03056452 0.02539958
##          F1      nDCG rankscore
## 1-fold  0.01625969 0.1925534 0.2228745
## 2-fold  0.01728055 0.2085054 0.2416831
## 3-fold  0.01559165 0.1842961 0.2096182
## 4-fold  0.01488790 0.1597289 0.1851920
## 5-fold  0.01316086 0.1826945 0.2107694
## Average 0.01543613 0.1855557 0.2140274
```

Referencias

- Manning, C. D., Raghavan, P., & Schütze, H. (2008). Introduction to information retrieval (Vol. 1, p. 6). Cambridge: Cambridge university press.
- Baeza-Yates, R., & Ribeiro-Neto, B. (1999). Modern information retrieval (Vol. 463). New York: ACM press.
- Slides "Evaluating Recommender Systems"
http://www.math.uci.edu/icamp/courses/math77b/lecture_12w/pdfs/Chapter%2007%20-%20Evaluating%20recommender%20systems.pdf